

Contrôle optimal d'une équation d'advection-réaction avec contrainte de congestion

Adrien Séguret,
CEREMADE, Université Paris Dauphine et Osiris EDF R&D,

Email : seguret.adrien@edf.fr

Mots Clés : contrôle optimal, EDP non linéaire, contrôle champ moyen

Biographie – Après un diplôme d'ingénieur obtenu en 2019 en mathématiques appliquées à l'école Centralesupelec, et un stage de fin d'étude à EDF R&D en 2019, j'ai commencé une thèse CIFRE en mai 2020, au sein du département Osiris de EDF R&D et du CEREMADE de l'Université Paris Dauphine, sous la supervision de Cheng Wan (Osiris) et Pierre Cardaliaguet (CEREMADE). La thèse est également soutenue par un financement du Programme Gasparg Monge pour l'Optimisation.

Resumé : L'augmentation du nombre de véhicules électriques (VE) va induire des problématiques de gestion du maintien de l'équilibre production/consommation sur le réseau électrique. Pour éviter une congestion sur le réseau, le chargement de grandes flottes de VE doit être optimisé. Le contrôle de la flotte peut être modélisé dans une limite de champ moyen, en effectuant le contrôle sur la distribution des états m de la population des VE, au cours d'une période $[0, T]$ [4]. La distribution m vérifie alors l'équation de continuité sur $[0, T] \times [0, 1] \times I$:

$$\partial_t m_i + \partial_s(m_i b_i) = - \sum_{j \neq i} (\alpha_{i,j} m_i - \alpha_{j,i} m_j), \quad (1)$$

avec b_i la vitesse de chargement et I l'ensemble fini des modes de chargement possibles. Les $(b_i)_{i \in I}$ sont imposées et supposées C^1 . L'objectif est de déterminer les α minimisant un coût $\tilde{B}(m, \alpha)$ sous la contrainte de congestion $\int_0^1 m_i(t, ds) \leq D_i(t)$, avec $D_i > 0$ donné.

Nous appuyant sur les travaux de [1] et [2], nous avons montré dans ce travail l'existence d'une solution à ce problème d'optimisation et nous obtenons des conditions d'optimalité par la dualité de Fenchel Rockafellar. Notre résultat principal est l'identification des conditions d'optimalité du problème à un système de deux EDP couplées. Ce système est composé d'une équation de continuité et d'une équation d'Hamilton Jacobi, similairement aux systèmes obtenus dans les jeux à champ moyen, développés dans [3]. Nous obtenons également des résultats de régularité sur les solutions du système. Cette régularité devrait nous permettre de justifier l'approximation numérique de la solution et l'utilisation de cette approximation pour construire des solutions presque optimales pour un nombre fini de véhicules.

Références

- [1] Jean-David Benamou and Yann Brenier. A computational fluid mechanics solution to the monge-kantorovich mass transfer problem. *Numerische Mathematik*, 84(3):375–393, 2000.
- [2] Pierre Cardaliaguet and P Jameson Graber. Mean field games systems of first order. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 21(3):690–722, 2015.
- [3] Jean-Michel Lasry and Pierre-Louis Lions. Mean field games. *Japanese journal of mathematics*, 2(1):229–260, 2007.
- [4] Caroline Le Floch, Florent Di Meglio, and Scott Moura. Optimal charging of vehicle-to-grid fleets via pde aggregation techniques. In *2015 American Control Conference (ACC)*, pages 3285–3291. IEEE, 2015.