

Méthode numérique efficace pour la résolution des équations de Maxwell 3D dans des câbles coaxiaux mince

A. BENI HAMAD, S. IMPERIALE, P. JOLY
Inria-POEMS, Inria-M3DISIM, Inria-POEMS

Email : akram.beni-hamad@ensta-paris.fr

Mots Clés : câbles coaxiaux, équation de Maxwell, analyse asymptotique, modèle de télégraphiste, ondes électromagnétiques, simulation numérique.

Biographie – J’ai commencé mon parcours universitaire en Tunisie avec une licence en mathématiques et applications, puis j’ai intégré un master de recherche en double diplôme entre l’université de Sousse et l’université de Lorraine. Actuellement je fais une thèse en cotutelle internationale entre la Tunisie (Université de Sousse) et la France (Institut Polytechnique de Paris), encadrée en France par Patrick Joly et Sébastien Imperiale.

Resumé :

La résolution numérique des équations de Maxwell 3D dans **des câbles coaxiaux mince**, au sens où la dimension transverse de chaque câble est proportionnel à un petit paramètre $0 < \delta \ll 1$, représente un challenge scientifique. En outre, pour les applications réalistes, il est nécessaire de savoir prendre des situation complexes, incluant le caractère hautement hétérogène de la structure interne des câbles électriques.

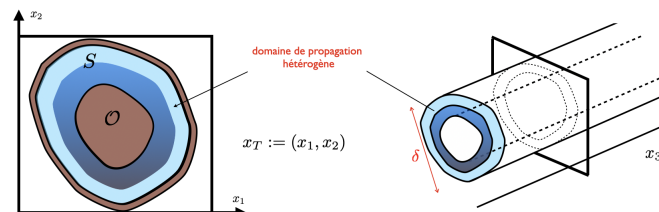


Figure 1: Câble coaxial ainsi qu’une coupe d’une section droite de câble.

Pour respecter la géométrie du problème, on doit prendre en compte que, dans les applications considérées, la longueur d’onde λ est à la fois très grande devant δ et en même temps elle très petite devant L (la taille de câble). Cette spécificité géométrique entraîne deux contraintes sur la discrétisation temporelle du problème transitoire associé : premièrement un schéma implicite serait trop coûteux étant donné le nombre de degrés de liberté en espace du problème E.F. semi-discret sous-jacent, deuxièmement un schéma explicite est à proscrire du fait du nombre de mailles nécessaires pour capturer les variations géométriques et paramétriques des propriétés du câble dans l’épaisseur.

Dans ce travail on va présenter une méthode numérique efficace pour la résolution des équations de Maxwell 3D dédiée à la prise en compte de la structure particulière des câbles électriques, en particulier l’existence de deux très petites dimensions transverses. L’idée consiste à utiliser un maillage prismatique anisotrope, avec un pas du maillage transverse h_T et un pas de maillage

longitudinale h , toute en se basant sur un schéma hybride implicite-explicite.

Pour mettre en oeuvre cette méthode, la première étape consiste à faire une discrétisation longitudinale du câble, puis une discrétisation transverse de chaque section, enfin une discrétisation en temps. Le champ E_T sera alors approché par des éléments de Nedelec dans chaque section S_j et par des éléments affines par morceaux selon la direction longitudinale. Par contre le champ E_3 sera approché avec des éléments P_1 sur chaque section $S_{j+\frac{1}{2}}$ et par des éléments P_0 discontinus par morceaux selon la direction longitudinale.

Nous avons montré que le schéma est inconditionnellement stable par rapport au pas de l'espace transverse h_T et conditionnellement stable par rapport au pas de l'espace longitudinale. Donc le schéma est stable sous la condition CFL : $\Delta t \leq c h$.

Pour les degrés de liberté (figure 2): sur les sections entières ça sera les valeurs du champ transverse (sur les arêtes) et sur les sections moitiées ça sera le champs longitudinal (les valeurs nodales).

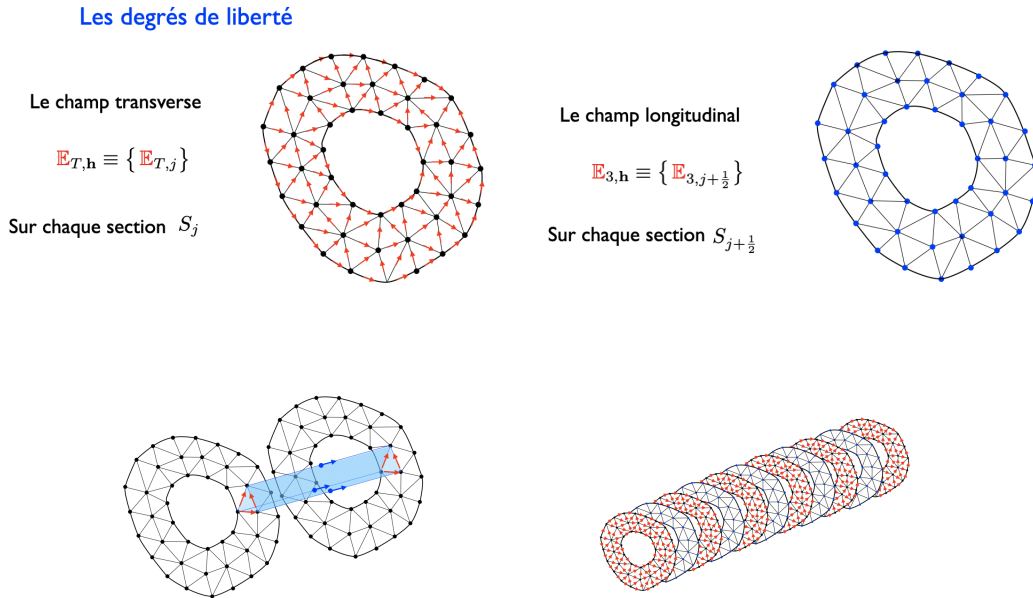


Figure 2: Maillage prismatique ainsi que les degrés de liberté du champ électrique totale.

Enfin, on va présenter également l'extension de cette méthode aux câbles déformés.

Références

- [1] Geoffrey Beck. Modélisation et étude mathématique de réseaux de câbles électriques. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2016.
- [2] Geoffrey Beck, Sebastien Imperiale, and Patrick Joly. Mathematical modelling of multi conductor cables. *Discrete and Continuous Dynamical Systems-S*, 8(3):521, 2015.
- [3] Hajer Methenni. Modélisation mathématique et méthode numérique pour la simulation du contrôle santé intégré par ultrasons de plaques composites stratifiées. PhD thesis, Institut Polytechnique de Paris, 2021.
- [4] Peter Monk et al. *Finite element methods for Maxwell's equations*. Oxford University Press, 2003.