Contrôlabilité des Systèmes Oscillants Rapides. Application aux Voiles Solaires

A. Herasimenka,
Université Côte d'Azur, CNRS, Inria, LJAD,

Email : alesia.herasimenka@univ-cotedazur.fr

Mots Clés : Contrôlabilité, Optimisation, Voiles Solaires, Astrodynamique

Biographie – J'ai obtenu le diplôme de Master 2 labellisé Cursus de Master en Ingénierie de Sorbonne Université en Sciences pour l'Ingénieur, spécialité Systèmes Avancés et Robotique en septembre 2020. Je suis actuellement en première année de thèse dans l'équipe commune entre Université Côte d'Azur, Laboratoire J.-A. Dieudonné (UMR CNRS) et INRIA Sophia Antipolis. Ma thèse porte sur le Contrôle Optimal des Satellites à l'aide des Voiles Solaires. La thèse est co-financée par l'ESA.

Resumé :

L'approche classique pour évaluer la contrôlabilité d'un système dynamique commandé consiste à évaluer l'algèbre de Lie par les champs de vecteurs qui le définissent, et notamment à vérifier si elle est de rang plein, c'est-à-dire si son rang en chaque point est égal à la dimension du vecteur d'état. Pour un système de type $\dot{x} = X^0(x)+u_1X^1(x)+\cdots+u_mX^m(x)$ avec $u = (u_1,\ldots,u_m) \in U \subset \mathbb{R}^m$, $m \in \mathbb{R}$, si (1) la dérive X^0 est récurrente, (2) U est un voisinage de l'origine, (3) l'algèbre de Lie est de rang plein ; alors le système est contrôlable [1]. Or, cette approche n'est pas utilisable si l'ensemble U n'est pas un voisinage de l'origine. Par exemple, si U est un cône convexe dont l'origine est en 0, il ne satisfait pas la condition (2), comme le montre la Figure 1. Sur cet exemple concret, la force créée ne peut pas avoir une composante négative dans la direction u_X, ce qui empêche l'application de l'approche classique.

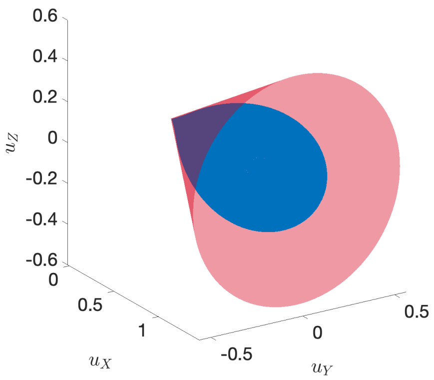

Figure 1: L'ensemble de contrôles est la force d'une voile solaire non idéale définie dans un repère inertiel (X, Y, Z) en bleu, contenu dans un cône convexe représenté en rouge

Pour étudier la contrôlabilité locale d'un tel système, deux conditions ont été proposées. La première, étant une condition nécessaire, s'appuie sur la recherche des directions interdites dans le fibré tangent associé à la variété sur laquelle est défini l'état du système. Enfin, la deuxième cherche à déterminer si l'état du système peut être amené partout dans le voisinage de sa condition initiale, ce qui le rend localement contrôlable.

Des problèmes d'optimisation vérifiant ces deux conditions sont formulés. La résolution de ces deux problèmes s'appuie sur la théorie des polynômes positifs [3], ainsi que la technique de moyennisation de l'état lent-rapide. De plus, la transformée de Fourier permet d'éviter la discrétisation du système.

Le cas particulier des voiles solaires est étudié à l'aide de l'approche proposée. Les voiles solaires sont des satellites qui utilisent la pression de radiation solaire pour générer une poussée [2]. Cette force résulte de l'interaction entre les photons et la surface de la voile et varie avec son orientation, ce qui donne un certain ensemble de forces possibles. Du point de vue de la contrôlabilité, on peut se ramener à considérer le cône convexe engendré par l'ensemble (en général non convexe) des contrôles admissibles. La figure 2 montre cette convexification sous la forme d'un cône de révolution d'angle au sommet α, $U \in K_\alpha := \mathrm{cone}(U)$.

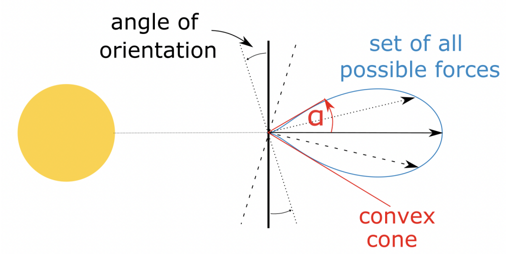

Figure 2: La convexification d'un ensemble de contrôles par un cône

Ainsi, l'utilisation des deux approches permet d'obtenir un angle minimal du cone K_α garantissant la contrôlablité locale du problème. Cet angle minimal est ainsi traduit en termes de contraintes optiques que doit respecter la voile solaire. Ce résultat peut être utilisé lors de la phase de modélisation d'une mission spatiale. De plus, il est indépendant de la constante gravitationnelle de l'objet céleste. Les différentes configurations orbitales sont explorées.

Références

[1] Velimir Jurdjevic. *Geometric Control Theory.* Cambridge University Press, 1996.

[2] Colin Robert McInnes. *Solar Sailing.* Springer, London, 1999.

[3] Yurii Nesterov. Squared functional systems and optimization problems. In Hans Frenk, Kees Roos, Tamás Terlaky, and Shuzhong Zhang, editors, *High Performance Optimization*, volume 33 of *Applied Optimization*, pages 405–440. Springer, Boston, MA, 2000.