

Une méthode itérative convergente pour le couplage FEM-BEM élastodynamique-acoustique global en temps.

ALICE NASSOR, STÉPHANIE CHAILLAT, MARC BONNET

Laboratoire Poems (CNRS, ENSTA Paris, INRIA) - Institut Polytechnique de Paris,

Email : alice.nassor@ensta-paris.fr

Mots Clés : Mathématiques Appliquées, Interaction fluide-structure, Explosion sous-marine, Equations intégrales, Couplage FEM/BEM global en temps, Décomposition de domaines

Biographie – Diplômée d'un master de recherche en modélisation pour la mécanique de l'Université Paris-Saclay et ingénieure de l'école des Arts et Métiers, je suis doctorante en première année au laboratoire Poems, sous la direction de Stéphanie Chaillat et Marc Bonnet. Ma thèse s'intitule "Interaction fluide-structure lors d'une explosion sous-marine. Prise en compte des effets de cavitation et calcul rapide de surfaces de réponse". Elle est co-financée par la Direction Générale de l'Armement (DGA) et par l'entreprise Naval Group.

Resumé :

Ce travail est motivé par le besoin de simuler numériquement la propagation des ondes acoustiques émises par une explosion sous-marine en champ lointain, et leur interaction avec un navire. Pour rendre compte du phénomène, un couplage est mis en place : les équations de la structure sont résolues par éléments finis (FEM), et la partie fluide est traitée par éléments de frontière (BEM). Plus précisément, la résolution des équations fluides est effectuée au moyen d'une extension de la méthode des éléments de frontière au domaine temporel, par Convolution Quadrature Method (CQM) [4]. Cette méthode, non incrémentale, permet de résoudre efficacement les équations du fluide sur l'intervalle de temps complet de simulation. L'avantage principal est que l'utilisation de la BEM permet de modéliser un domaine infini, sans le tronquer artificiellement, le modèle est plus réaliste. De plus, l'algorithme peut être accéléré au moyen de méthodes comme la FMM ou les H-matrices, ce qui rend le couplage très efficace. Cet aspect du travail s'inscrit dans la continuité de la thèse de Damien Mavaleix-Marchessoux, qui a présenté ces méthodes dans [5].

L'objectif principal de cette communication est de proposer la définition d'un couplage FEM-BEM global en temps, adapté à l'utilisation la méthode CQM-BEM. Elle étend les travaux [3] et [6], qui proposent une méthode itérative de couplage à convergence garantie pour les équations scalaires de type Helmholtz dans le domaine fréquentiel, au couplage itératif à convergence garantie entre un solide élastique et un fluide acoustique dans le domaine temporel. Le caractère bien posé du problème élastique-acoustique fréquentiel est établi dans [2], celui du problème en temps étant étudié dans [1] (pour des problèmes 2D, et en tronquant le domaine fluide infini au moyen d'un opérateur Dirichlet-to-Neumann). L'étude d'un couplage élastodynamique/acoustique transitoire applicable aux problèmes 3D et sans troncature du domaine fluide infini est donc encore peu traitée dans la littérature.

On commencera par rappeler la méthode des éléments de frontière utilisée pour modéliser le comportement du fluide occupant un domaine non-borné. Cette méthode est basée sur la résolution d'équations intégrales dans le domaine de Laplace, et sur l'emploi d'une méthode de convolution de quadrature [4] pour synthétiser la réponse temporelle, à partir des résolutions fréquentielles.

On présentera ensuite deux stratégies de couplage itératives, permettant de coupler une méthode FEM et une méthode CQM-BEM sur l'intervalle de temps complet. Ces couplages sont basés sur l'utilisation de conditions de transmission de type Robin à l'interface entre les deux domaines. On comparera un premier couplage acoustique-élastodynamique, entre un domaine fluide et un domaine solide, avec un couplage acoustique-acoustique, entre un domaine fluide et un domaine contenant la structure et une partie de fluide environnant. La convergence des deux algorithmes de couplage proposés sera démontrée, à l'aide

d'identités d'énergie. On montrera en particulier que l'emploi de conditions de Robin assure la conservation, durant le processus itératif, de la régularité des traces entrantes et sortantes [3] des solutions dans chaque sous-domaine sur l'interface, qui est nécessaire à la convergence du processus itératif. On comparera ensuite les taux de convergence de ces algorithmes itératifs et on discutera des stratégies d'accélération permettant d'améliorer ces taux (couplage relaxé, méthode d'accélération de Aitken).

Les résultats théoriques seront illustrés par des exemples numériques de couplages FEM-BEM appliqués à des géométries 2D. Par exemple on considère ci-dessous un anneau élastique pressurisé et immergé dans un fluide, problème pour lequel une solution de référence à symétrie radiale est disponible. La figure 2(a) illustre la pression rayonnée induite sur la surface extérieure, calculée au moyen d'un couplage FEM/CQM-BEM et comparée à une solution analytique. La figure 2(b) compare les vitesses de convergence du couplage FEM-BEM en fonction de l'emploi d'une méthode de relaxation et de la valeur du paramètre de relaxation choisie, et illustre en particulier la nette amélioration du taux de convergence permise par la relaxation, en accord par exemple avec les résultats théoriques de [3] dans un cadre fréquentiel.

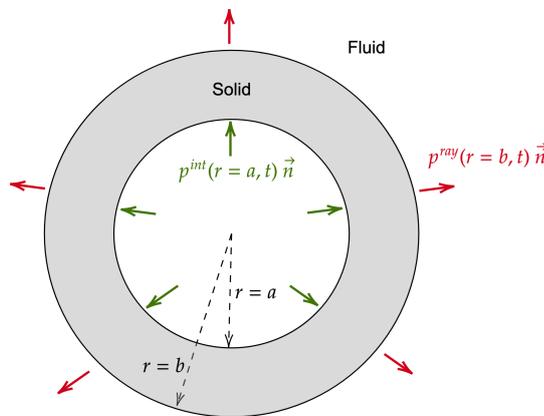


Figure 1: Description d'un problème couplé élastique-acoustique 2D radial

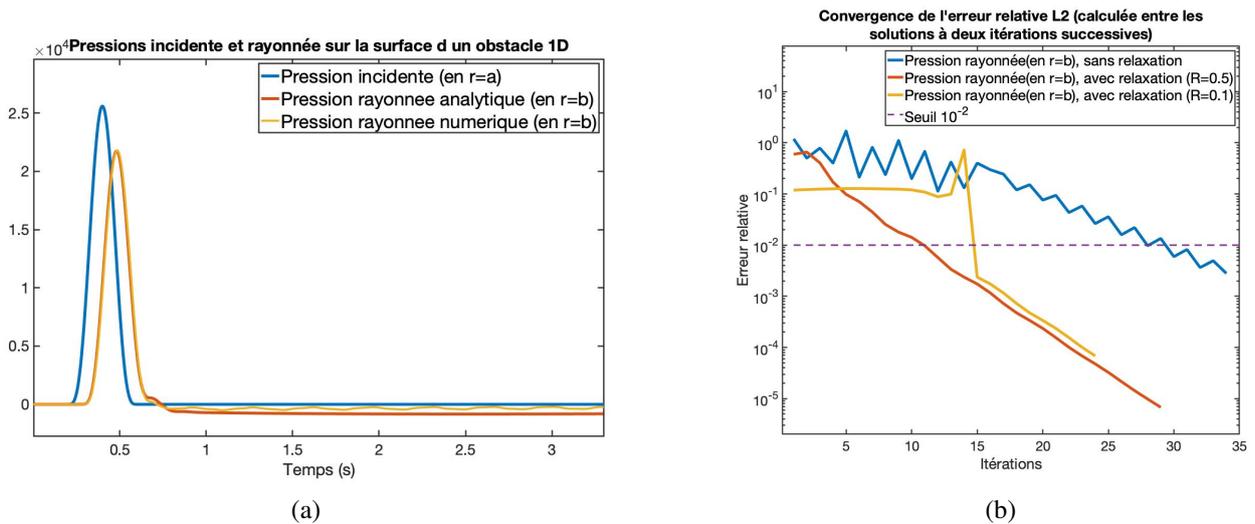


Figure 2: (a) Pression rayonnée par un obstacle circulaire élastique 1D, calculée numériquement avec une procédure itérative FEM-BEM et comparée à une solution analytique de référence; (b) Comparaison de la vitesse de convergence de l'erreur L2 entre les solutions à deux itérés successifs, sans relaxation et avec deux valeurs différentes du paramètre de relaxation R.

Références

- [1] Gang Bao, Yixian Gao, and Peijun Li. Time-Domain Analysis of an Acoustic–Elastic Interaction Problem. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 229(2):835–884, 2018.
- [2] Hélène Barucq, Rabia Djellouli, and Elodie Estecahandy. On the existence and the uniqueness of the solution of a fluid-structure interaction scattering problem. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 412(2):571–588, 2014.
- [3] Francis Collino, Patrick Joly, and Matthieu Lecouvez. Exponentially convergent non overlapping domain decomposition methods for the helmholtz equation. *ESAIM M2AN*, 54:775–810, 2020.
- [4] C. Lubich. *Convolution quadrature and discretized operational calculus I*. *Numer. Math*, 52 :129 – 145, 1988.
- [5] Damien Mavaleix-Marchessoux. "Modelling the fluid-structure coupling caused by a far-field underwater explosion". PhD thesis, Hadamard Doctoral School of Mathematics (EDMH), 2020.
- [6] Émile Parolin. "Méthodes de décomposition de domaine sans recouvrement avec opérateurs de transmission non-locaux pour des problèmes de propagation d'ondes harmoniques". PhD thesis, Hadamard Doctoral School of Mathematics (EDMH), 2020.