

## Modélisation de la diffraction par une couche mince de nanoparticules disposées aléatoirement

A. Boucart<sup>\*,+</sup>, S. FLISS<sup>\*</sup>, L. GIOVANGIGLI<sup>\*</sup>, B. STUPFEL<sup>+</sup>

<sup>\*</sup>Poems - UMA - ENSTA Paris - IPP, <sup>+</sup>CEA - CESTA,

**Email** : amandine.boucart@ensta-paris.fr

**Mots Clés** : Equation de Helmholtz, Développement asymptotique, Homogénéisation stochastique, Conditions aux limites

**Biographie** – Je suis actuellement en deuxième année de thèse financée par le CEA-CESTA en collaboration avec Poems sous la direction de Sonia Fliss, Laure Giovangigli et Bruno Stupfel. Avant ma thèse, j’ai été diplômée de deux Master 2 : Mathématiques approfondies (Tours) et Modélisation, Analyse numérique et Calcul Scientifique (Nantes). Ma thèse s’intitule : Modélisation d’une couche mince de nanoparticules réparties aléatoirement en électromagnétisme

### Resumé :

Nous nous intéressons à la diffraction d’une onde plane électromagnétique par un objet inhomogène recouvert d’une couche très fine composée d’un grand nombre de nanoparticules, parfaitement conductrices, réparties aléatoirement. Nous cherchons à quantifier l’impact de cette couche sur la Surface Équivalente Radar i.e. la quantité d’énergie renvoyée dans une certaine direction. La taille des particules, leur distance et la taille de la couche sont du même ordre (quelques nanomètres) et toutes petites devant la longueur d’onde qui fait quelques centimètres. Deux difficultés se posent : (1) la présence de plusieurs échelles d’ordre différent rend très coûteux voire impossible la résolution numérique des équations de Maxwell (par une méthode de type éléments finis par exemple); (2) la distribution des particules n’est a priori pas connue. Pour remédier à ces difficultés, nous allons supposer que la distribution aléatoire des particules vérifie une certaine loi de probabilité puis nous construisons un modèle effectif où la couche de particules et la condition d’impédance modélisant l’objet inhomogène sont remplacées par une condition de bord équivalente. De nombreux travaux existent sur la diffraction par des couches minces homogènes ou périodiques [2, 3] et sur l’homogénéisation stochastique de volume mais très peu pour la diffraction par une couche mince aléatoire.

Dans un premier temps, nous supposons que la répartition des particules est périodique. Comme dans [2, 3], le modèle effectif est basé sur un développement asymptotique multi-échelle de la solution, où le petit paramètre est la taille d’une particule. Les coefficients qui apparaissent dans la condition au bord effective/équivalente sont déterminés à partir de solutions de problèmes dits de cellule, plus précisément des problèmes de type Laplace posés dans une bande semi-infinie périodique. Nous justifions la validité de ce modèle par des estimations d’erreur entre la solution effective et la solution de référence, des simulations numériques illustrent ces résultats. Une étude sur l’influence de la densité de particules sur le coefficient de réflexion est également réalisée numériquement.

Dans un second temps, nous étendons la démarche à une répartition aléatoire. Si la répartition aléatoire vérifie des hypothèses d’ergodicité (la moyenne spatiale de la couche converge vers son espérance quand la longueur de la couche tend vers l’infini) et stationnarité (en deux points de la couche, on a la même loi de probabilité d’avoir une particule), la couche de particules peut encore être remplacée par une condition au bord équivalente où les coefficients déterministes sont calculés à partir de solutions de problèmes de cellule mais ici la cellule est un demi-espace contenant un tirage de particules (remises à l’échelle). Numériquement, ces problèmes non bornés sont approchés par des problèmes de cellule périodique de très grande taille et les coefficients sont obtenus à l’aide

de l'approximation de Monte-Carlo [1]. La convergence des coefficients en fonction de la taille de la cellule est étudiée. Différentes stratégies de calcul des coefficients sont explorées.

### Références

- [1] Xavier Blanc, Claude Le Bris, and Frederic Legoll. Some variance reduction methods for numerical stochastic homogenization. *Philos. Trans. R. Soc. A*, 374(2066), 2016.
- [2] Xavier Claeys and Bérangère Delourme. High order asymptotics for wave propagation across thin periodic interfaces. *Asymptotic Analysis*, 83(1-2):35–82, 2013.
- [3] Jean-Jacques Marigo and Agnès Maurel. Two-scale homogenization to determine effective parameters of thin metallic-structured films. *Proc. Math. Phys. Eng. Sci.*, 472(2192):20160068, 2016.