

Modèle de l'écoulement de l'eau dans un aquifère peu profond en interaction avec les eaux de surfaces et assimilation variationnelle de données

C. Marchand, S. KADRI-HAROUNA

Laboratoire de Mathématiques, Image et Applications, 23, Avenue A. Einstein, BP 33060, 17031, La Rochelle France,

Email : chloe.marchand1@univ-lr.fr

Mots Clés : Dynamique des Fluides, Milieux Poreux, Analyse Numérique, Assimilation Variationnelle de Données.

Biographie – Doctorante en deuxième année de thèse au laboratoire MIA (Mathématiques, Image et Applications) de La Rochelle, mon sujet de recherche concerne l'étude de résultats d'existence et l'assimilation variationnelle de données sur un modèle d'écoulement de l'eau dans un aquifère en interaction avec les eaux de surface. La thèse est financée par la CDA (Communauté d'Agglomération de La Rochelle) et par le Laboratoire MIA de l'Université de La Rochelle.

Résumé : Le modèle mathématique sur lequel nous travaillons est celui de Bourel et al. [1]. Ce modèle suppose l'écoulement de l'eau à dominante verticale dans la **partie haute du sous-sol** et satisfait l'équation de Richards 1D :

$$\phi \frac{\partial s(P)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (u \cdot e_3) = 0 \text{ et } u = -k_r(P) \left(\frac{1}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial z} + 1 \right) K_0 e_3, \quad (1)$$

où P est la pression du fluide, s la saturation du sol, k_r la conductivité hydraulique, ϕ la porosité et u la composante verticale de la vitesse du fluide. La composante horizontale de la vitesse du fluide est définie par : $w = -k_r(\rho g(\tilde{H}) - z)M_0 \nabla_x \tilde{H}$ où \tilde{H} est la charge hydraulique dans la partie basse du sous-sol.

Dans la **partie basse du sous-sol**, le flux est supposé avoir un comportement strictement horizontal régi par une équation de Darcy 2D :

$$\operatorname{div}_x(\tilde{K}(\tilde{H})\nabla_x \tilde{H}) = (u \cdot e_3)_{z=h_{int}}, \quad (2)$$

où \tilde{K} est la conductivité moyenne, $z = h_{int}$ est la **hauteur d'eau** de l'interface séparant les deux zones et $(u \cdot e_3)_{z=h_{int}}$ est le flux d'eau à l'interface séparant les deux parties du sous-sol.

La pression à l'interface correspond à :

$$P(t, x, h_{int}(t, x)) = \rho g(\tilde{H}(t, x) + h_{int}(t, x)). \quad (3)$$

De part sa simplicité, nous utilisons le modèle (1)-(2)-(3) pour identifier numériquement l'état initial de l'écoulement ou les paramètres hydrodynamiques du sol, par assimilation variationnelle des données. Cela nécessite d'avoir des méthodes robustes et efficaces. On propose alors une méthode numérique de type volumes finis [2] pour la composante verticale afin de ne résoudre que des équations 1D comme dans [1]. Des expériences numériques permettent de valider notre approche.

Références

- [1] Christophe Bourel, Catherine Choquet, Carole Rosier, and Munkhgerel Tsegmid. Modeling of shallow aquifers in interaction with overland water. Applied Mathematical Modelling, 81 :727–751, 2020.
- [2] Robert Eymard, Thierry Gallouët, and Raphaële Herbin. Finite volume methods. Handbook of numerical analysis, 7 :713–1018, 2000.