Optique géométrique pour des problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires

C. Kilque,
Institut de Mathématiques de Toulouse,

Email : corentin.kilque@math.univ-toulouse.fr

Mots Clés : équations aux dérivées partielles, systèmes hyperboliques, problèmes aux limites, asymptotique haute fréquence, développement BKW.

Biographie – Après une classe préparatoire, j'ai intégré l'ENS Rennes sur dossier puis via le concours 3ème année, où j'ai passé l'agrégation de Mathématiques avant de faire le M2 recherche EDP de l'Université de Rennes 1. J'ai effectué mon stage de M2 puis commencé ma thèse à l'Institut de Mathématiques de Toulouse, sous la direction de Jean-François Coulombel, sur l'optique géométrique pour des problèmes hyperboliques, avec un financement de l'ENS.

Resumé :

On s'intéresse dans cet exposé aux solutions de problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires dont le terme de forçage au bord oscille à une fréquence élevée. On cherche à construire une approximation, dans la limite des hautes fréquences, de la solution exacte de ce problème, sous la forme d'un développement BKW. Dans [7], [1], et [2], les auteurs étudient le même problème avec une seule phase au bord. On se place ici dans un cadre multiphasé, avec cette fois plusieurs phases planes au bord. La non-linéarité du problème engendre alors, pour la solution approchée, une infinité dénombrable de phases planes à l'intérieur du domaine. On s'intéressera donc au cadre fonctionnel adapté à l'étude de ce problème, à savoir un cadre de fonctions presque-périodiques pour la variable normale au bord.

Ce cadre fonctionnel a été utilisé précédemment pour la construction de solutions approchées de problèmes semi-linéaires, dans le cadre des algèbres de Wiener, par [3] pour le problème de Cauchy et [6] pour le problème aux limites, ainsi que pour des problèmes quasi-linéaires, notamment par [4] pour le problème de Cauchy. On discutera dans cet exposé d'un résultat similaire à celui de [4] pour le problème aux limites quasi-linéaire, voir [5], c'est-à-dire l'existence et l'unicité du terme principal d'un développement d'optique géométrique. Ce profil principal est obtenu comme solution d'un problème quasi-linéaire qui tient compte de l'infinité potentielle de résonances entre les phases. Ce problème quasi-linéaire est résolu en montrant des estimations sans perte de dérivées.

Références

[1] Jean-Francois Coulombel, Olivier Gues, and Mark Williams. Resonant leading order geometric optics expansions for quasilinear hyperbolic fixed and free boundary problems. *Comm. Partial Differential Equations*, 36(10), 2011.

[2] Matthew Hernandez. Resonant leading term geometric optics expansions with boundary layers for quasilinear hyperbolic boundary problems. *Comm. Partial Differential Equations*, 40(3), 2015.

[3] J.-L. Joly, G. Métivier, and J. Rauch. Coherent nonlinear waves and the Wiener algebra. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, 44(1), 1994.

[4] J.-L. Joly, G. Métivier, and J. Rauch. Coherent and focusing multidimensional nonlinear geometric optics. *Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)*, 28(1), 1995.

[5] Corentin Kilque. Weakly nonlinear multiphase geometric optics for hyperbolic quasilinear boundary value problems: construction of a leading profile. 2021.

[6] Mark Williams. Nonlinear geometric optics for hyperbolic boundary problems. *Comm. Partial Differential Equations*, 21(11-12), 1996.

[7] Mark Williams. Singular pseudodifferential operators, symmetrizers, and oscillatory multidimensional shocks. *J. Funct. Anal.*, 191(1), 2002.