

Contrôle des hallucinations dans le cortex visuel primaire

Cyprien Tamekue

Université Paris Saclay, CNRS, CentraleSupélec, 91190, Gif-sur-Yvette, France.

Email : cyprien.tamekue@l2s.centralesupelec.fr

Mots Clés : équations des champs neuronaux, hallucinations visuelles, théorie du contrôle.

Biographie – Après son diplôme de master en Mathématiques fondamentales et applications de l’IMSP¹ en 2019, Cyprien Tamekue a obtenu un master en Mathématiques et applications de l’Université Paris Dauphine-PSL² en 2020 étant lauréat d’une bourse de la FSMP³. Il effectue actuellement un doctorat en automatique à l’Université Paris Saclay, financé par la fondation CFM⁴ pour la recherche (bourses “Jean-Pierre Aguilar”). Cette thèse dirigée par Yacine Chitour et Dario Prandi porte sur le *contrôle des hallucinations dans le cortex visuel primaire* et se poursuit au sein du Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S).

Resumé :

Les équations des champ neuronaux offrent une description continue de la dynamique d’une grande population de neurones couplés synaptiquement, permettant en particulier de décrire divers processus neuronaux, tels que la mémoire de travail, la perception du mouvement et les hallucinations (géométriques) visuelles.

Comme observé pour la première fois par Hubel et Wiesel (Hubel and Wiesel 1959, 1968), lauréats du prix Nobel de physiologie en 1981, les neurones “simples” du cortex visuel primaire ou aire V1 sont sensibles à la fois aux positions et aux orientations locales d’un stimulus visuel (voir figure 1). Tenant compte de cette sensibilité à l’orientation, l’activité synaptique d’un neurone de V1 au temps $t > 0$ peut être décrite par une fonction d’activation $a(\xi, t)$ où $\xi = (x, \theta)$ sont des coordonnées $V1 \cong \mathbb{R}^2 \times \mathbb{P}^1$, $x \in \mathbb{R}^2$ étant la position spatiale du neurone et $\theta \in \mathbb{P}^1 \simeq [0, \pi)$ sa préférence d’orientation. Un modèle important décrivant l’évolution de cette activation est l’équation de type Wilson-Cowan (Wilson and Cowan 1973) suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} a(\xi, t) = -\alpha a(\xi, t) + \mu \int_{\mathbb{R}^2 \times \mathbb{P}^1} \omega(\xi, \xi') \sigma(a(\xi', t)) d\xi' + h(\xi, t). \quad (\text{WC})$$

Ici, $\alpha > 0$ est un taux de décroissance de l’activité du neurone en l’absence d’excitation et de stimulus externe, $\mu > 0$ est un taux d’excitabilité de V1 qui exprime la façon dont une substance agit sur l’activité cérébrale, $\omega(\xi, \xi')$ est un noyau modélisant l’interaction à deux emplacements V1 différents $\xi = (x, \theta)$ et $\xi' = (x', \theta)$, $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction de saturation sigmoïdale non linéaire et h représente le stimulus visuel externe.

L’un des plus grands succès de ce modèle étudié dans (Bressloff et al. 2001), (voir également (Ermentrout and Cowan 1979)) a été la description théorique des images hallucinatoires classiques ou “form constants” classées par le neurologue Heinrich Klüver (Klüver 1966). Dans ces articles, les hallucinations visuelles sont récupérées comme images réciproques par l’application rétinotopique existant entre la rétine et V1, des patterns corticaux qui sont des états persistants paroxysmiques d’activités corticales. Grâce à la forme spécifique du noyau de couplage synaptique, ces patterns corticaux sont obtenus comme des états marginalement stables près de l’équilibre $a(\cdot, \cdot) \equiv 0$ de (WC) en l’absence de stimulus externe, pour une valeur critique du paramètre d’interaction μ .

¹Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques, Dangbo-Bénin.

²Paris Sciences et Lettres.

³Fondation Sciences Mathématiques de Paris.

⁴Capital Fund Management.

En considérant le modèle de Citti-Petitot-Sarti (Citti and Sarti 2006), dans (Sarti and Citti 2015) les auteurs ont montré que, lorsque h est donné par une image statique, les patterns corticaux produits décrivent les unités perceptuelles présentes dans l'image perçue, permettant une interprétation mathématique des lois de la Gestalt de la perception et de la liaison.

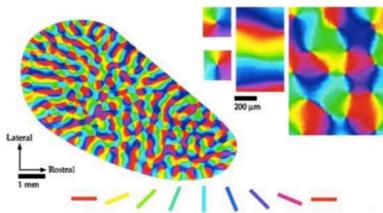


Figure 1: Préférence d'orientation des neurones de V1, telle qu'obtenue dans (Bosking et al. 1997).

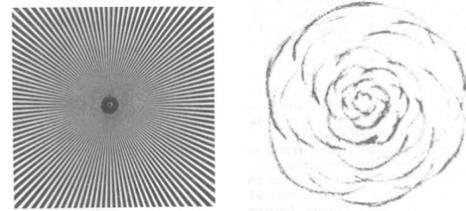


Figure 2: Le stimulus (à gauche) induit une hallucination dynamique (à droite). Images tirées de (MacKAY 1961).

Un effet neuro-physiologique particulièrement intéressant lié aux hallucinations apparaissant dans le cortex visuel primaire V1 est l'effet dit MacKay (Billock and Tsou 2010; MacKAY 1961), voir aussi (Sokoliuk and VanRullen 2011) pour une variante appelée "flickering wheel". Il s'agit de l'observation expérimentale de l'apparition d'un pattern hallucinatoire dynamique suite à la présentation physique d'un stimulus statique de forme plan "complémentaire", semblable à une hallucination dans une partie du champ visuel, voir la Figure 2.

Mathématiquement, ces phénomènes peuvent s'interpréter comme un problème de contrôlabilité de la dynamique neuronale dans V1, où le terme de contrôle est le stimulus externe, qui correspond à la représentation V1 de la forme plan de l'image hallucinatoire présentée à la rétine et du "bruit visuel" spatialement localisé, qui devrait diriger le système d'un état persistant paroxysmique à un autre.

Cette question de contrôlabilité se trouve être un challenge en raison du caractère nonlinéaire du problème et de la dimension infinie du modèle. De plus, jusqu'à présent, le contrôle des équations du type Wilson-Cowan n'a été envisagé que pour la stabilisation par rétroaction de la stimulation cérébrale profonde (voir par exemple (Chaillet et al. 2017)) ou pour le contrôle en boucle ouverte de la position des fronts d'ondes stationnaires (Ziepke et al. 2019), alors qu'aucun résultat théorique n'est disponible pour les problèmes de contrôlabilité plus généraux, comme ceux que nous envisageons dans notre thèse.

Dans cet exposé, après avoir introduit les modèles d'activité neuronale et avoir présenté les mécanismes à la base des hallucinations géométriques visuelles, on présentera des résultats qu'on a obtenus pour leur contrôle.

References

- Billock, V. A., & Tsou, B. H. (2010). A special case of the MacKay effect generates geometric hallucinations: Stochastic resonance in pattern formation driven by fractal (1/f) noise. *Journal of Vision*, 3(9), 350–350 (cit. on p. 2).
- Bosking, W. H., Zhang, Y., Schofield, B., & Fitzpatrick, D. (1997). Orientation Selectivity and the Arrangement of Horizontal Connections in Tree Shrew Striate Cortex. *J. Neurosci.*, 17(6), 2112–2127 (cit. on p. 2).
- Bressloff, P. C., Cowan, J. D., Golubitsky, M., Thomas, P. J., & Wiener, M. C. (2001). Geometric visual hallucinations, Euclidean symmetry and the functional architecture of striate cortex. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, 356(1407), 299–330 (cit. on p. 1).

- Chaillet, A., Detorakis, G. I., Palfi, S., & Senova, S. (2017). Robust stabilization of delayed neural fields with partial measurement and actuation. *Automatica*, 83, 262–274 (cit. on p. 2).
- Citti, G., & Sarti, A. (2006). A Cortical Based Model of Perceptual Completion in the Roto-Translation Space. *J Math Imaging Vis*, 24(3), 307–326 (cit. on p. 2).
- Ermentrout, G. B., & Cowan, J. D. (1979). A mathematical theory of visual hallucination patterns. *Biol. Cybernetics*, 34(3), 137–150 (cit. on p. 1).
- Hubel, D. H., & Wiesel, T. N. (1959). Receptive fields of single neurones in the cat's striate cortex. *The Journal of Physiology*, 148(3), 574–591 (cit. on p. 1).
- Hubel, D. H., & Wiesel, T. N. (1968). Receptive fields and functional architecture of monkey striate cortex. *The Journal of Physiology*, 195(1), 215–243 (cit. on p. 1).
- Klüver, H. (1966). *Mescal and Mechanisms of hallucinations*. Chicago, Univ. of Chicago Press. (Cit. on p. 1).
- MacKAY, D. M. (1961). Visual Effects of Non-redundant Stimulation. *Nature*, 192(4804), 739–740 (cit. on p. 2).
- Sarti, A., & Citti, G. (2015). The constitution of visual perceptual units in the functional architecture of V1. *J Comput Neurosci*, 38(2), 285–300 (cit. on p. 2).
- Sokoliuk, R., & VanRullen, R. (2011). The Flickering Wheel Illusion: When alpha rhythms make a static wheel flicker. *Journal of Vision*, 11(11), 937–937 (cit. on p. 2).
- Wilson, H. R., & Cowan, J. D. (1973). A mathematical theory of the functional dynamics of cortical and thalamic nervous tissue. *Kybernetik*, 13(2), 55–80 (cit. on p. 1).
- Ziepke, A., Martens, S., & Engel, H. (2019). Control of Nonlinear Wave Solutions to Neural Field Equations. *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, 18(2), 1015–1036 (cit. on p. 2).