Résolution numérique de l'équation eikonale en géophysique avec la méthode du Fast Marching

F. Desquilbet, Ludovic Métivier, Jean-Marie Mirebeau
Université Grenoble-Alpes (LJK), Université Grenoble-Alpes (LJK, CNRS, ISTerre), Ecole Normale Supérieure de Paris-Saclay (Centre Borelli, CNRS)

Email : francois.desquilbet@univ-grenoble-alpes.fr

Mots Clés : analyse numérique, équation eikonale, fast marching, anisotropie, imagerie sismique

Biographie – J'ai intégré l'Ecole Normale Supérieure de Paris en 2015 puis obtenu un contrat doctoral spécifique normalien pour financer ma thèse, débutée en septembre 2019 en maths appliquées au LJK (Laboratoire Jean Kuntzmann à l'université Grenoble-Alpes). Ma thèse me fait travailler en lien avec ISTerre (Institut des Sciences de la Terre à l'université Grenoble-Alpes) et plus particulièrement le projet Seiscope sur l'imagerie sismique haute résolution qui y est hébergé.

Resumé : Je développe un schéma numérique pour calculer le temps de première arrivée d'ondes sismiques qui se propagent dans le sous-sol. Ce temps de première arrivée est solution d'une équation appelée équation eikonale, caractérisée par une métrique qui indique la vitesse de déplacement de l'onde en fonction de sa position et de son orientation.

Pour une métrique isotrope, l'équation eikonale peut être résolue efficacement par la méthode de Fast Marching qui généralise l'algorithme de Djisktra pour les graphes et permet de résoudre le problème en une seule passe sur le domaine [6, 7]. La méthode de Fast Marching a été récemment étendue à des métriques riemanniennes et plus complexes [4, 5], mais la plupart des métriques non riemanniennes posent de nombreux problèmes.

Des méthodes itératives telles que la méthode de Fast Sweeping existent aussi pour résoudre l'équation eikonale. Elles peuvent être plus simples à mettre en oeuvre que la méthode de Fast Marching, mais au contraire de celle-ci, elles n'offrent pas les mêmes garanties a priori sur le temps de calcul.

Dans le cadre de la géophysique, une équation eikonale peut être obtenue comme approximation haute fréquence de l'équation des ondes. La métrique correspondante est alors décrite par un tenseur de Hooke (à 21 paramètres dans sa forme la plus générale) qui représente les propriétés élastiques du milieu de propagation.

Certains schémas numériques ont déjà été proposés pour résoudre l'équation eikonale en géophysique à l'aide du Fast Marching ou du Fast Sweeping, mais ils nécessitent d'avoir des symétries additionnelles sur la forme du tenseur de Hooke ou ne présentent pas de preuve formelle de convergence [1, 3].

Grâce à la généralisation des travaux effectués dans [4, 5], on propose un schéma numérique pour la résolution de l'équation eikonale en géophysique dans un cadre général à l'aide de la méthode du Fast Marching. Le schéma numérique obtenu est quasi-linéaire en temps et avec une convergence au troisième ordre sur des modèles synthéthiques [2].

Références

[1] Umair bin Waheed. A fast-marching eikonal solver for tilted transversely isotropic mediafast marching anisotropic eikonal solver. *Geophysics*, pages S385–S393, 2020.

[2] François Desquilbet, Jian Cao, Paul Cupillard, Ludovic Métivier, and Jean-Marie Mirebeau. Single pass computation of first seismic wave travel time in three dimensional heterogeneous media with general anisotropy. *Submitted to the Journal of Scientific Computing*, 2020.

[3] Philippe Le Bouteiller, Mondher Benjemaa, Ludovic Métivier, and Jean Virieux. A discontinuous galerkin fast-sweeping eikonal solver for fast and accurate traveltime computation in 3d tilted anisotropic media. *Geophysics*, 84(2):C107–C118, 2019.

[4] Jean-Marie Mirebeau. Anisotropic fast-marching on cartesian grids using lattice basis reduction. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 52(4):1573–1599, 2014.

[5] Jean-Marie Mirebeau. Riemannian Fast-Marching on Cartesian Grids, Using Voronoi's First Reduction of Quadratic Forms. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 57(6):2608–2655, 2019.

[6] James A. Sethian. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 93(4):1591–1595, 1996.

[7] J.N. Tsitsiklis. Efficient algorithms for globally optimal trajectories. *IEEE transactions on Automatic Control*, 40(9):1528–1538, September 1995.