

## Décomposition micro-macro et précision uniforme pour certains modèles dissipatifs multi-échelles

Léopold Trémant, P. CHARTIER, M. LEMOU

Univ Rennes 1 - Inria, Inria & ENS Rennes, CNRS & ENS Rennes

**Email** : leopold.tremant@inria.fr

**Mots Clés** : développements asymptotiques, multi-échelles, micro-macro, problèmes dissipatifs, EDO, précision uniforme, modèles cinétiques, formes normales, multiplicateurs de Fourier

**Biographie** – Doctorant en 3ème année de thèse dans l'équipe Inria MINGuS. Ce travail de thèse cherche à faire le lien entre les travaux récents sur les problèmes hautement oscillants et le comportement asymptotique de modèles cinétiques avec collisions.

### Resumé :

On considère des systèmes dissipatifs qui englobent certains modèles cinétiques avec collisions et certains modèles de population mélangeant migration rapide et démographie lente. Simuler ces systèmes présente un défi à cause de la gamme de valeurs que peut prendre la raideur : les méthodes standards subissent une réduction d'ordre en régime raide, les développements asymptotiques ont une erreur élevée en régime non-raide, et les méthodes implicite-explicites (IMEX) se dégradent pour un régime intermédiaire.

Nos travaux [2] présentent une manière de simuler certains de ces problèmes avec un coût et une erreur indépendants du paramètre de raideur, c'est-à-dire avec une précision uniforme. Plutôt que de résoudre le système de départ directement, on effectue une décomposition micro-macro du système, ce qui permet de réduire l'influence de la raideur : elle ne se manifeste alors qu'à partir d'un certain ordre lors de la résolution par des méthodes IMEX. Cette méthode est une adaptation de l'approche pour problèmes hautement oscillants de [1], mais elle peut aussi être vue à travers le prisme des formes normales [3].

Dans cet exposé, je présenterai l'approche "formes normales" et son application à l'équation de télégraphe (modèle cinétique à deux vitesses avec collisions) en Fourier. À travers cet exemple, je m'efforcerai de transmettre l'idée et l'intuition derrière la méthode de développement asymptotique dans le cas linéaire. Le cas non-linéaire sera aussi évoqué, et je présenterai un exemple sur lequel nous avons appliqué cette méthode, mais il ne sera pas central. L'équation de télégraphe est un exemple intéressant car malgré sa simplicité apparente, le caractère EDP apporte quelques limitations qui n'apparaissent pas avec les EDO. Cela me permettra donc de discuter de manière plus générale de l'extension de notre méthode aux EDP hyperboliques avec relaxation raide.

### Références

- [1] Philippe Chartier, Mohammed Lemou, Florian Méhats, and Gilles Vilmart. A new class of uniformly accurate numerical schemes for highly oscillatory evolution equations. *Foundations of Computational Mathematics*, 20(1):1–33, 2020.
- [2] Philippe Chartier, Mohammed Lemou, and Léopold Trémant. Uniformly accurate numerical schemes for a class of dissipative systems. *arXiv preprint arXiv:2005.12540*, 2020.
- [3] James Murdock. *Normal forms and unfoldings for local dynamical systems*. Springer Science & Business Media, 2006.