Congrès des Jeunes Chercheurs en Mathématiques Appliquées - Modèle de résumé

L. Rochery, L. Rochery, A. Loseille
Inria Saclay - GAMMA,

Email : lucien.rochery@inria.fr

Mots Clés : Adaptation de Maillages, Estimateurs d'erreur, Adaptation anisotrope, Maillages d'erdre élevé, Mécanique des Fluides

Biographie – Etudiant en thèse au sein de l'équipe GAMMA d'Inria Saclay depuis 2019. Thèse financée par l'ANR IMPACTS (ANR-18-CE46-0003), portant sur l'extension des méthodes d'adaptation de maillages sous champ de métriques anisotropes aux maillages d'ordre élevé (courbes), applications 3D portant sur des cas issus de la mécanique des fluides sur des géométries complexes du monde industriel (aéronautique principalement).

Resumé : La simulation numérique des équations aux dérivées partielles (EDP) s'appuie sur des maillages du domaine de calcul, et l'erreur commise en dépend fortement. En particulier, un maillage isotrope est loin d'être optimal pour une solution fortement anisotrope. De ce constat sont nés les estimateurs d'erreur anisotropes, dont ceux basés sur champ de métriques [3, 4], champ $\mathcal{M}$ de matrices symétriques définies positives représentant une norme valable localement. On dit ensuite qu'un maillage est unité dans $\mathcal{M}$ lorsque ses arêtes sont de longueur 1 sous $\mathcal{M}$ (Fig. 1).

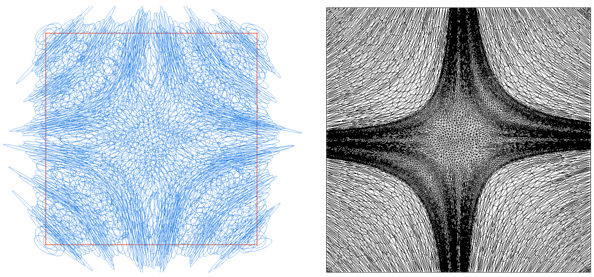

Figure 1: Champ de métriques $\mathcal{M}$ (à gauche) et maillage unité (à droite) dans $\mathcal{M}$: malgré leur étirement dans l'espace Euclidien, les éléments ont bien des arêtes de longueur 1 dans $\mathcal{M}$.

A partir d'une solution approchée, on sait construire le champ de métriques tel que les maillages qui y sont unité sont optimaux d'un point de vue du nombre de degrés de liberté à seuil d'erreur fixé. Ainsi, la simulation devient une boucle à chaque itération de laquelle une solution approchée est calculée, un champ de métriques en est déduit, et le maillage est adapté afin d'y être unité. Un exemple de maillage adapté à une solution présentant des chocs est donné Fig. 2.

Cette thèse s'inscrit dans la volonté d'étendre ces principes à l'ordre élevé. En effet, la théorie des éléments finis prévoit la possibilité de généraliser les éléments usuels à des degrés polynomiaux supérieurs, et l'exige même dans certaines circonstances (notamment pour mieux approcher la surface) [1, 2]. Ces éléments courbes introduisent de nouvelles contraintes sur la validité des maillages. En particulier, les éléments de volume voisins de la surface dont les faces du bord ont été courbées sont rarement valides. Des techniques de correction de maillages d'ordre élevé sont donc nécessaires. Par ailleurs, un lien direct entre solution représentée et forme optimale d'élément n'a pas encore été identifié, contrairement au cas des éléments droits où l'anisotropie de la solution dicte la forme des éléments. Cette présentation se concentre sur les problématiques liées aux éléments d'ordre élevé ainsi que sur les premiers résultats d'une méthode de courbure basée sur

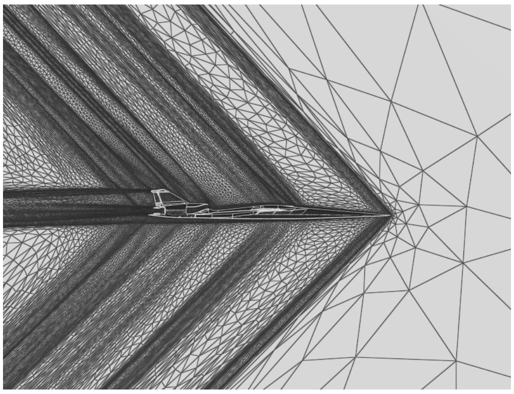

Figure 2: Maillage adapté fortement anisotrope pour un calcul dont la solution présente des chocs: l'estimation d'erreur et la prescription de tailles qui en découle est automatique et ne dépend que de la solution approchée.

un noyau de minimisation de la longueur Riemannienne (induite par le champ de métriques) conçue et développée au cours de la thèse. L'implémentation a été effectuée sous forme de module du logiciel d'adaptation anisotrope de maillages AMG/feflo.a et les maillages sont issus de géométries complexes de l'aéronautique (Fig. 3).

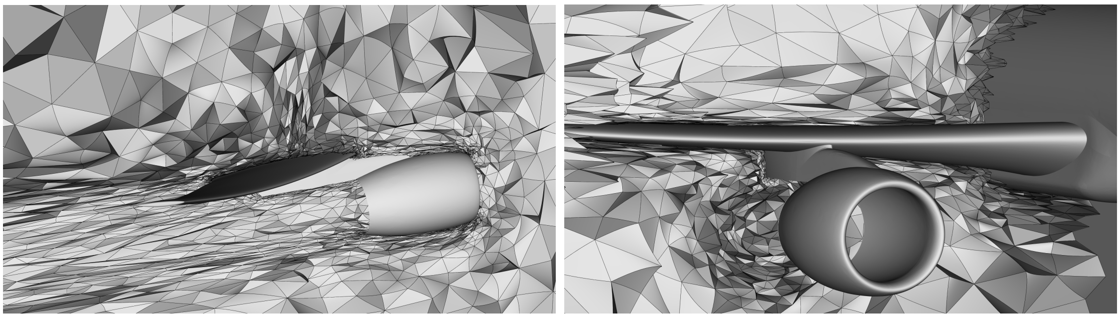

Figure 3: Maillages courbes issus d'une simulation en mécanique des fluides sur une géométrie complexe.

Références

[1] P. G. Ciarlet and P.-A. Raviart. The combined effect of curved boundaries and numerical integration in isoparametric finite element methods. In *The mathematical foundations of the finite element method with applications to partial differential equations*, pages 409–474. Elsevier, 1972.

[2] M. Lenoir. Optimal isoparametric finite elements and error estimates for domains involving curved boundaries. *SIAM journal on numerical analysis*, 23(3):562–580, 1986.

[3] Adrien Loseille and Frédéric Alauzet. Continuous mesh framework part i: well-posed continuous interpolation error. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 49(1):38–60, 2011.

[4] Adrien Loseille and Frédéric Alauzet. Continuous mesh framework part ii: validations and applications. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 49(1):61–86, 2011.