

## Résolution numérique sans grille d'une famille de problèmes inverses en imagerie

ROMAIN PETIT, YOHANN DE CASTRO, VINCENT DUVAL

*Université Paris-Dauphine, INRIA Paris, Institut Camille Jordan, École Centrale de Lyon*

**Email** : romain.petit@inria.fr

**Mots Clés** : Imagerie sans grille, problèmes inverses, variation totale

**Biographie** – Ma thèse, financée par le DIM Math Innov, porte sur une famille de problèmes inverses en imagerie qui consistent à retrouver une image "simple" à partir de mesures linéaires possiblement bruitées. J'étudie en particulier un problème variationnel dont les solutions sont de bonnes approximations de l'image inconnue, ainsi que des méthodes numériques dites sans grille permettant sa résolution.

### Resumé :

Un problème inverse fréquemment étudié en imagerie consiste à retrouver les détails fins d'un signal à partir d'une version floutée et bruitée de ce dernier (ce processus est parfois appelé super-résolution).

Ces problèmes sont souvent résolus par des méthodes variationnelles, qui produisent une approximation du signal inconnu en résolvant un problème d'optimisation bien choisi. Celui-ci consiste en général à minimiser la somme d'un terme d'attache aux données et d'un terme de régularisation, ce dernier étant choisi de manière à produire des solutions présentant une certaine structure (par exemple, une structure présentée par le signal inconnu). On dispose maintenant de résultats liants précisément le choix du terme de régularisation à la structure de certaines solutions (voir [2, 3]) : si le régulariseur est la norme  $\ell^1$  de l'espace euclidien, on s'attend à trouver parmi les solutions des vecteurs parcimonieux, si le régulariseur est la norme nucléaire des matrices, on s'attend à trouver parmi les solutions des matrices de faible rang, etc.

La grande majorité des algorithmes permettant de résoudre ces problèmes variationnels, qui sont itératifs, n'exploitent pas la structure des solutions que nous avons décrite plus haut, cette dernière n'apparaissant en général "qu'à la limite". Certains chercheurs se sont par conséquent intéressés au cours des dix dernières années au développement de nouveaux algorithmes en tirant partie (voir [4, 1]).

Dans ce travail, on se propose d'adapter les idées de ces travaux au cas où la minimisation est effectuée sur l'espace des fonctions du plan à valeurs réelles de carré intégrable, et où le terme de régularisation est donné par la variation totale (du gradient) de la fonction inconnue. Dans ce cas, on sait que certaines solutions du problème variationnel s'écrivent comme la somme d'un petit nombre de fonctions indicatrices d'ensembles simples. L'algorithme que nous proposons pour résoudre ce problème d'optimisation est un algorithme de Frank-Wolfe / gradient conditionnel modifié, qui produit une suite de combinaisons linéaires d'indicatrices. Ceci a notamment l'avantage, contrairement aux méthodes numériques existantes, de n'introduire ni flou ni anisotropie dans les images produites (voir [5]). Les propriétés des itérées et la convergence de la suite produite sont analysées. L'implémentation des différentes étapes de l'algorithme est également discutée.

## Références

- [1] N. Boyd, G. Schiebinger, and B. Recht. The Alternating Descent Conditional Gradient Method for Sparse Inverse Problems. *SIAM Journal on Optimization*, 27(2):616–639, January 2017.
- [2] Claire Boyer, Antonin Chambolle, Yohann De Castro, Vincent Duval, Frédéric de Gournay, and Pierre Weiss. On Representer Theorems and Convex Regularization. *SIAM Journal on Optimization*, 29(2):1260–1281, January 2019.
- [3] Kristian Bredies and Marcello Carioni. Sparsity of solutions for variational inverse problems with finite-dimensional data. *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*, 59(1):14, December 2019.
- [4] Kristian Bredies and Hanna Katriina Pikkarainen. Inverse problems in spaces of measures. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 19(1):190–218, January 2013.
- [5] S. Tabti, J. Rabin, and A. Elmoata. Symmetric Upwind Scheme for Discrete Weighted Total Variation. In *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 1827–1831, April 2018.